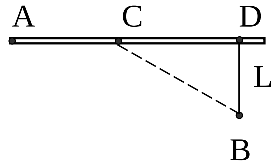
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Э. БАУМАНА
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП ОЛИМПИАДЫ «ШАГ В БУДУЩЕЕ» ПО КОМПЛЕКСУ ПРЕДМЕТОВ
«ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИЯ»

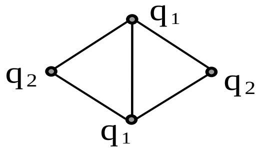
ВАРИАНТ № 18

З А Д А Ч А 1.

Из пункта А, находящегося на шоссе, необходимо за кратчайшее время попасть на машине в пункт В, расположенный в поле на расстоянии L от шоссе. Известно, что скорость машины по полю в 2,5 раза меньше, чем её скорость по шоссе. На каком расстоянии от точки D следует свернуть с шоссе?



З А Д А Ч А 2.



Четыре заряда $q_1 = 3\cdot q$; $q_2 = \sqrt[4]{27}\cdot q$; $q_1 = 3\cdot q$; $q_2 = \sqrt[4]{27}\cdot q$; расположенные в среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 8$, как показано на рисунке, связаны пятью не проводящими ток нитями длины L каждая. Определите силу Т натяжения нити, связывающей заряды q_1.

З А Д А Ч А 3.

Небольшое тело массы 2m лежит на клине массы 4m с длиной наклонной стороны, равной ℓ и углом при основании $\alpha = 30^o$. Определите расстояние Δx, на которое переместится клин за время, пока тело m спустится с его вершины до основания. Трением пренебречь.

З А Д А Ч А 4.

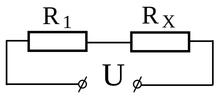
По трубопроводу, расположенному в горизонтальной плоскости и изогнутому под прямым углом, подаётся топливо, расход которого Q = 20 дм ^{3}/ с. Площадь сечения трубы S = 100 см ^{2}. Плотность топлива $\rho = 0{,}9\cdot 10^3 кг/м^3$. Определите величину минимальной горизонтальной составляющей силы, которую необходимо приложить к трубе, чтобы она была неподвижна.

З А Д А Ч А 5.

Рабочим веществом идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно, является один моль идеального одноатомного газа. КПД цикла известен и равен η. Определите температуру холодильника, если работа, которую совершает газ при адиабатическом расширении, равна А .

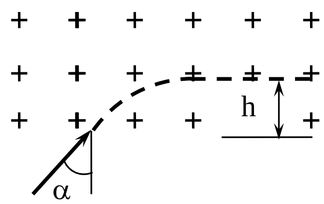
З А Д А Ч А 6.

Сопротивления R_1 = 5 Ом и изменяемое сопротивление R_X, подключены к источнику постоянного напряжения U = 10 В. Найдите значение сопротивления R_X , при котором на нём выделяется максимальная тепловая мощность, и значение этой мощности.

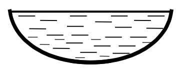


З А Д А Ч А 7.

При освещении металлической пластины с работой выхода А светом длиной волны λ, вылетающий электрон попадает в однородное магнитное поле с индукцией В. Направление скорости электрона перпендикулярно линиям индукции поля. Определите максимальную глубину h проникновения электрона в область магнитного поля, если угол падения электрона на границу области, занятой магнитным полем α = 60°.



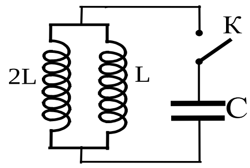
З А Д А Ч А 8.



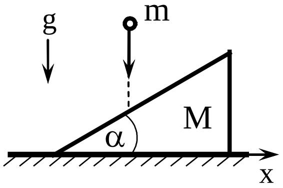
Вогнутое зеркало наполнено прозрачной жидкостью. Зная, что радиус кривизны зеркала R = 40 см, а показатель преломления жидкости равен 3/2 , найдите фокусное расстояние этой системы.

З А Д А Ч А 9.

Заряженный конденсатор ёмкости С через ключ К подключен к двум параллельным соединенным катушкам с индуктивностями 2L и L. В начальный момент времени ключ разомкнут. Если замкнуть ключ К , то через катушки потекут токи. Максимальный ток, протекающий через катушку L, оказался равным I_2 . Найдите первоначальный заряд q на конденсаторе. Сопротивлениями катушек пренебречь.



З А Д А Ч А 10.



На гладкой горизонтальной поверхности массивной плиты покоится клин массы М. На грань, составляющую с горизонтом угол α = 60°, вертикально падает шарик массы m и ударяется о клин со скоростью υ_o. В результате клин начинает двигаться по плите. Определите скорость клина после удара. Время удара мало, удар считать абсолютно упругим.

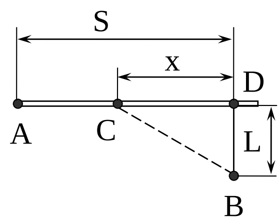
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП ОЛИМПИАДЫ «ШАГ В БУДУЩЕЕ» ПО КОМПЛЕКСУ ПРЕДМЕТОВ «ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИЯ»

ФИЗИКА

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 18

З А Д А Ч А 1. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{CD = \dfrac{L}{\sqrt{5{,}25}} = 0{,}44L}$.



Пусть AD = S, CD = x, скорость движения машины по шоссе равна υ,. скорость движения машины по полю равна $\upsilon/2{,}5$.

Тогда общее время движения из пункта A до пункта B равно

$$t = \frac{S-x}{\upsilon} + \frac{\sqrt{L^2+x^2}}{\upsilon/2{,}5} = \frac{S-x+2{,}5\sqrt{L^2+x^2}}{\upsilon}.$$

Минимальное значение функция $t(x)$ принимает при $t'(x) = 0$.

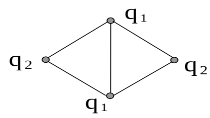
$$t'(x) = \frac{1}{\upsilon}\left(-1+\frac{2{,}5\cdot 2x}{2\sqrt{L^2+x^2}}\right) = \frac{1}{\upsilon}\left(-1+\frac{2{,}5x}{\sqrt{L^2+x^2}}\right); \qquad t'(x)=0 \quad ; \quad \text{т.е.} \quad \frac{1}{\upsilon}\left(-1+\frac{2{,}5x}{\sqrt{L^2+x^2}}\right) = 0;$$

$$-1+\frac{2{,}5x}{\sqrt{L^2+x^2}} = 0; \qquad \frac{-\sqrt{L^2+x^2}+2{,}5x}{\sqrt{L^2+x^2}} = 0; \qquad \sqrt{L^2+x^2} = 2{,}5x; \qquad 5{,}25\ x^2 = L^2; \qquad x = \frac{L}{\sqrt{5{,}25}};$$

$$CD = \frac{L}{\sqrt{5{,}25}} = 0{,}44L.$$

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

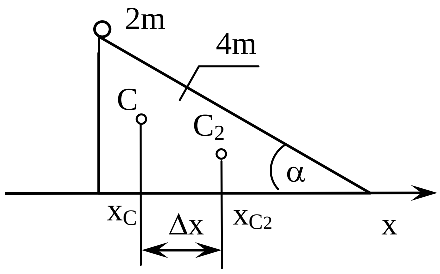
Ответ: $\boxed{T = \dfrac{2{,}25q^4}{\pi\varepsilon_o \ell^2}}$.



$$T = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\ell^2}\left(\frac{q_1\cdot q_2\cdot q_3\cdot q_4}{3\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\ell^2}\frac{3q\cdot\sqrt[4]{27}\cdot q\cdot 3q\cdot\sqrt[4]{27}\cdot q}{3\sqrt{3}} = \frac{2{,}25q^4}{\pi\varepsilon_o\ell^2}$$

З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\Delta x = \dfrac{2m\ell\cos 30}{2m+4m} = \dfrac{\ell\sqrt{3}}{6}.}$.



По условию 2m – масса тела, лежащего на клине, 4m – масса клина. Пусть C_2 – центр масс клина. C – центр масс системы: тело m и клин 3m.

1) Найдём координату x_C центра масс системы – тело m, клин 3m – в момент, когда тело находится на вершине клина:

$$x_C = \frac{4m\cdot x_{C2}}{2m+4m} \qquad (1).$$

2) Найдём координату x_C центра масс системы – тело m, клин 3m – в момент, когда тело находится у основания клина: $$x_C = \frac{2m(\ell\cos\alpha - \Delta x) + 4m\cdot(x_{C2}-\Delta x)}{2m+4m} \qquad (2),$$

где Δx – перемещение клина при спускании тела с вершины клина к его основанию.

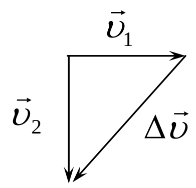
Так как вдоль оси x на тело не действуют внешние силы, то центр масс системы не смещается. Тогда, приравнивая (1) и (2), выразим Δx.

$$\frac{4m\cdot x_{C2}}{2m+4m}=\frac{2m(\ell\cos\alpha-\Delta x)+4m\cdot(x_{C2}-\Delta x)}{2m+4m};\quad \Delta x=\frac{2m\ell\cos\alpha}{6m}.$$

Подставив $\alpha=60^o$, получим $\Delta x=\dfrac{2m\ell\cos30^o}{6m}=\dfrac{\ell\sqrt{3}}{6}$.

З А Д А Ч А 4. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{F=\dfrac{\rho Q^2\sqrt{2}}{S}=50{,}8\ \ H}$.



По второму закону Ньютона $\dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}=\vec{F}$; $\quad\dfrac{\Delta m}{\Delta t}\Delta\vec{\upsilon}=\vec{F}$ (1) , где $\Delta m=\rho\upsilon S\Delta t$ - масса жидкости, протекающей через сечение трубы за время Δt . Из рисунка видно, что $\Delta\upsilon=\upsilon\sqrt{2}$. Подставляя полученное выражение в (1), получим

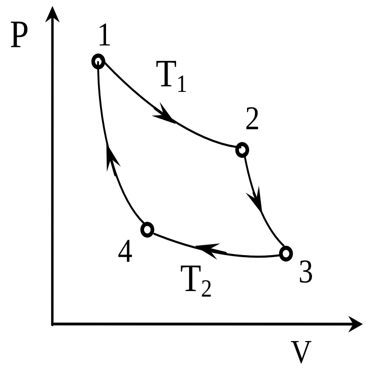
$$F=\frac{\rho\upsilon S\Delta t\upsilon\sqrt{2}}{\Delta e}=\rho\upsilon^2 S\sqrt{2}.$$

Зная расход жидкости Q, можно найти скорость течения жидкости в трубе $\upsilon=\dfrac{Q}{S}$. Окончательно

получим $F=\rho\dfrac{Q^2}{S^2}S\sqrt{2}=\rho\dfrac{Q^2}{S}\sqrt{2}$. Подставляя числовые значения, получим

$$F=\frac{0{,}9\cdot10^3\left(20\cdot10^{-3}\right)^2}{100\cdot10^{-4}}\sqrt{2}=9\cdot4\sqrt{2}=50{,}8\ \ H.$$

З А Д А Ч А 5. (10 баллов)



Ответ: $\boxed{T_2=\dfrac{2(1-\eta)A}{3R\eta}}$.

КПД $\eta=1-\dfrac{T_2}{T_1}$,

T_1 – температура нагревателя, T_2 – температура холодильника.

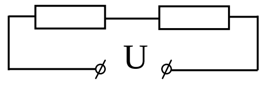
2-3 - адиабатическое расширение $0=\Delta U+A$, $\quad A=-\Delta U$.

$$A=\frac{3}{2}\nu R\left(T_1-T_2\right)=\frac{3}{2}\nu RT_2\left(\frac{T_1}{T_2}-1\right),\quad \frac{T_1}{T_2}=\frac{1}{1-\eta},\quad A=\frac{3}{2}\nu RT_2\frac{\eta}{1-\eta},$$

$T_2=\dfrac{2(1-\eta)A}{3\nu R\eta}$. Для $\nu=1$ $\boxed{T_2=\dfrac{2(1-\eta)A}{3R\eta}}$.

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{R_x=5\ Ом}$; $\boxed{P_{\max}=5{,}0\ \ Вт}$



1) Тепловая мощность, выделяющаяся на резисторе R_x, равна

$P_x=I^2R_x$, где $I=\dfrac{U}{R_1+R_x}$. .

2) Искомую величину R_x найдём из условия $\dfrac{dP_x}{dR_x}=0$,

$$\frac{dP_x}{dR_x}=U^2\frac{(R_1+R_x)^2-R_x2(R_1+R_x)}{(R_1+R_x)^4}=0;\quad R_1^2+2R_1R_x+R_x^2-2R_1R_x-2R_x^2=0\quad -R_x^2=-R_1^2;$$

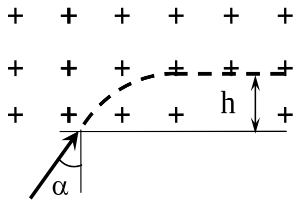
получаем $R_x=R_1=5\ \ Ом$.

3) Максимальная мощность на сопротивлении R_x

$$P_{max} = \frac{U^2}{(R_1 + R_x)^2} R_x = \frac{U^2 R_1}{(2R_1)^2} = \frac{U^2}{4R_1} = \frac{10^2}{4 \cdot 5} = 5 \ Вт \ . \qquad P_{max} = 5{,}0 \ Вт.$$

З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{h = \frac{2-\sqrt{3}}{2eB}\sqrt{2m\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)}}$.



При освещении металлической пластины светом с длиной волны λ, вылетающий электрон попадает в область однородного магнитного поля с индукцией В.

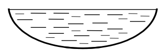
Используя уравнение Эйнштейна для фотоэффекта, найдём скорость вылетающих из металлической пластины электронов $h\frac{c}{\lambda} = A + \frac{m\upsilon^2}{2}$, откуда $\upsilon = \sqrt{\frac{2\left(h\frac{c}{\lambda} - A\right)}{m}}$.

По второму закону Ньютона для электрона в магнитном поле $\frac{m\upsilon^2}{R} = e\upsilon B$. Следовательно, радиус окружности, по которой движется электрон в магнитном поле. $h = R(1-\sin\alpha) = \frac{m\upsilon}{eB}(1-\sin\alpha)$.

Подставляя в последнее уравнение (1), получим :

$$h = \frac{m}{eB}(1-\sin\alpha)\sqrt{\frac{2\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)}{m}} = \frac{2-\sqrt{3}}{2eB}\sqrt{2m\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)}.$$

З А Д А Ч А 8. (10 баллов)



Ответ: $\boxed{F = \frac{1}{D} = 0{,}13м}$.

Так как свет проходит через воду, отражается от зеркала и снова проходит через воду, то

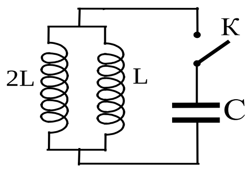
$D = D_1 + D_2 + D_1 = 2D_1 + D_2$ где D_1 –оптическая сила водяной линзы, а D_2 –оптическая сила зеркала. Но

$\boxed{D_1 = (n-1)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\infty}\right) = \left(\frac{3}{2} - 1\right)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\infty}\right) = \frac{1}{2R}}$; $\boxed{D_2 = \frac{2}{R}}$.

Поэтому $\boxed{D = 2\frac{1}{2R} + \frac{2}{R} = \frac{3}{R}}$. $\boxed{F = \frac{1}{D} = \frac{R}{3} = \frac{0{,}4}{3} = 0{,}13м}$.

З А Д А Ч А 9. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{q = I_2\sqrt{\frac{3}{2}LC}}$.



В момент, когда токи через катушки достигают максимума, вся энергия, ранее запасённая в конденсаторе, переходит в энергию магнитного поля токов: $\quad 2L\frac{I_1^2}{2} + L\frac{I_2^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$, $\qquad$ (1)

Так как катушки включены параллельно, то после замыкания ключа К ЭДС индукции на катушках должны быть равны между собой: $2L\frac{\Delta I_1}{\Delta t} = L\frac{\Delta I_2}{\Delta t}$.

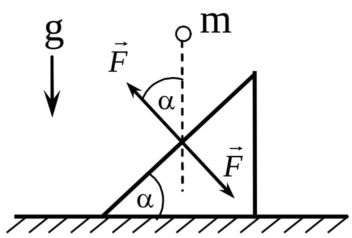
Кроме того, начальные значения токов в момент замыкания ключа равны нулю, следовательно, для момента, когда токи в катушках достигают максимальных значений, выполняется соотношение:

$2L\ I_1 = L\ I_2$.   (2).

Из уравнений (1). (2) получим $q = I_2\sqrt{\dfrac{CL\ (2L\ +L\ )}{2L}} = I_2\sqrt{\dfrac{LC\cdot 3L}{2L}} = I_2\sqrt{\dfrac{3}{2}LC}$.

З А Д А Ч А 10.- (12 баллов)

Ответ**:** $\boxed{u = \dfrac{2\sqrt{3}\cdot\upsilon_o m}{4M+3m}}$.



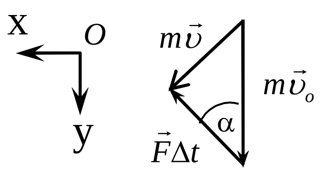
Пусть за время удара Δt шарика о клин между ними действовала сила, среднее значение которой равно F. Тогда $\vec F\Delta t = m\vec\upsilon - m\vec\upsilon_o$

Из-за отсутствия трения сила $\vec F$ направлена перпендикулярно поверхности клина.

В проекциях на координатные оси уравнения второго закона Ньютона для обоих тел будет иметь вид: $m\upsilon_y - m\upsilon_o = -F\Delta t\cos\alpha$,   (1)

$m\upsilon_x = F\Delta t\sin\alpha$ (2)

$Mu = F\Delta t\sin\alpha$ (3),



где υ_x – горизонтальная составляющая скорости шара после столкновения,

υ_y – вертикальная составляющая скорости шара после столкновения с клином,

u – скорость клина, с которой он стал двигаться вдоль оси x.

Из (1) , (2), (3) найдем: $\upsilon_x = \dfrac{M}{m}u$; $\upsilon_y = \upsilon_o - \dfrac{M}{m}u\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$;

Тогда $\upsilon^2 = \upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 = \upsilon_o^2 + \left(\dfrac{M}{m}\right)^2\dfrac{u^2}{\sin^2\alpha} - 2\dfrac{M}{m}u\upsilon_o\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$.   (4)

Закон сохранения энергии даёт: $\dfrac{m\upsilon_o^2}{2} = \dfrac{m\upsilon^2}{2} + \dfrac{Mu^2}{2}$, откуда $\upsilon^2 = \upsilon_o^2 - \dfrac{M}{m}u^2$ (5).

Из (4) и (5) получим: $-\dfrac{M}{m}u^2 = \left(\dfrac{M}{m}\right)^2\dfrac{u^2}{\sin^2\alpha} - 2\dfrac{M}{m}u\upsilon_o\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$; $u = \dfrac{2\upsilon_o\sin\alpha\cdot\cos\alpha\cdot m}{M+m\sin^2\alpha} = \dfrac{\upsilon_o\sin 2\alpha}{\dfrac{M}{m}+\sin^2\alpha}$.

$\boxed{u = \dfrac{\upsilon_o\sin 2\alpha}{\dfrac{M}{m}+\sin^2\alpha}}$. При $\alpha = 60^o$ $u = \dfrac{\cdot\upsilon_o\sqrt{3}}{2\left(\dfrac{M}{m}+\dfrac{3}{4}\right)} = \dfrac{2\sqrt{3}\cdot\upsilon_o m}{4M+3m}$ $u = \dfrac{2\sqrt{3}\cdot\upsilon_o m}{4M+3m}$.