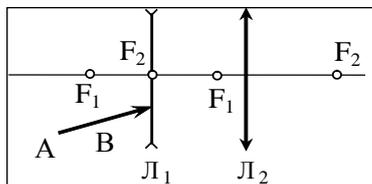


ЗАДАЧА 1.

Точка А движется согласно уравнениям $x_1 = t$, $y_1 = 2t$, а точка В – согласно уравнениям $x_2 = 5 - t$, $y_2 = t$, где x , y – в метрах, t – в секундах. Определите расстояние S между двумя точками в момент их максимального сближения.

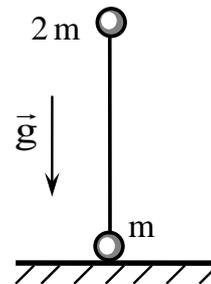


ЗАДАЧА 2.

Оптическая система состоит из рассеивающей L_1 и собирающей L_2 линз с общей главной оптической осью. Главные фокусы рассеивающей линзы обозначены F_1 , а собирающей линзы – F_2 . Постройте дальнейший ход луча АВ через оптическую систему.

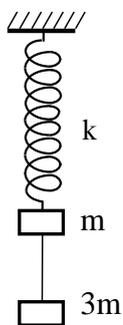
ЗАДАЧА 3.

На гладкую горизонтальную поверхность поставили вертикально гантельку длины ℓ , состоящую из невесомого жесткого стержня с двумя маленькими шариками на концах, массы которых $2m$ и m . Гантельку отпускают без начальной скорости, и она начинает падать. Найдите скорость, с которой верхний шарик коснется горизонтальной поверхности, и величину перемещения нижнего шарика к этому моменту времени. Силами трения пренебречь.



ЗАДАЧА 4.

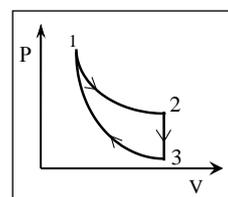
К пружине жесткости k подвешены два груза, соединённых невесомой нитью, массы которых m и $3m$. Найдите, на какую максимальную величину $\Delta\ell$ поднимется верхний груз относительно первоначального положения после пережигания нити.



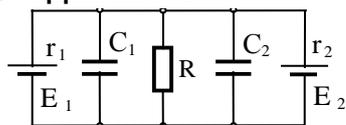
ЗАДАЧА 5. Теплоизолированный баллон разделён теплоизолирующей перегородкой с клапаном на две части. При закрытом клапане в одной части баллона объёма $V_1 = 1$ л находится гелий при давлении $p_1 = 8 \cdot 10^5$ и температуре $T_1 = 300$ К, а в другой части баллона объёма $V_2 = 2$ л находится неон при давлении $p_2 = 4 \cdot 10^5$ и температуре $T_2 = 600$ К. Найдите температуру газа, которая установится в баллоне после открытия клапана.

ЗАДАЧА 6.

Цикл тепловой машины, рабочим телом которой является один моль идеального одноатомного газа, состоит из изотермы 1-2, изохоры 2-3 и адиабаты 3-1. КПД машины $\eta = 0,17$, а разность максимальной и минимальной температур газа в цикле $\Delta T = 600$ К. Найдите работу, совершенную газом в изотермическом процессе.



ЗАДАЧА 7

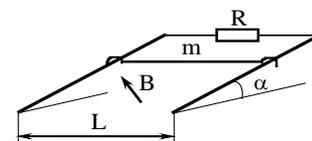


В электрической цепи, схема которой показана на рисунке, ЭДС источников тока $E_1 = 6$ В, $E_2 = 5$ В, внутренние сопротивления $r_1 = 1$ Ом, $r_2 = 2$ Ом. Сопротивление $R = 10$ Ом, ёмкость конденсатора $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 3$ мкФ. Найдите величину заряда конденсатора C_1 .

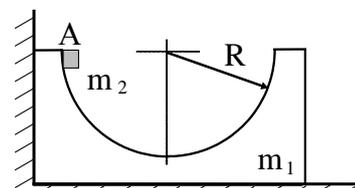
ЗАДАЧА 8. Удаленный от других тел вольфрамовый шарик освещается электромагнитным излучением. Определите длину волны λ этого излучения, если известно, что максимальный потенциал, до которого зарядился шарик, $\phi = 7,92$ В. Работа выхода для вольфрама $A = 4,5$ эВ.

ЗАДАЧА 9.

По двум гладким медным шинам, установленным под углом α к горизонту, скользит под действием силы тяжести с постоянной скоростью медная перемычка массы m . Шины замкнуты на сопротивление R . Расстояние между шинами L . Система находится в однородном магнитном поле с индукцией B , перпендикулярном к плоскости, в которой перемещается перемычка. Сопротивления шин, перемычки и скользящих контактов, а также самоиндукция контура пренебрежимо малы. Найдите скорость перемычки.



ЗАДАЧА 10. На гладкой горизонтальной поверхности около стенки стоит симметричный брусок массы $m_1 = 3$ кг с углублением полусферической формы радиуса $R = 0,1$ м. Из точки А без трения соскальзывает маленькая шайба массы $m_2 = 1$ кг. Найдите максимальную скорость бруска при его последующем движении. При вычислениях принять ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 5

ЗАДАЧА 1. (4 балла)

Ответ: $S = \sqrt{5} \approx 2,2 \text{ м}$.

Перейдём в систему отсчёта, связанную с точкой А. В этой системе отсчёта координаты точки В будут: $x' = \Delta x = x_2 - x_1 = t - 2t = -t$ (1)

$$y' = \Delta y = y_2 - y_1 = 2t - 8 + t = 3t - 8 \quad (2)$$

Запишем выражение для определения расстояния S между точками А В

$$S = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{(-t)^2 + (3t - 8)^2} = \sqrt{10t^2 - 48t + 64}.$$

Данное выражение является функцией независимой переменной – времени t. Известно, что функция принимает экстремальное значение в точке, где её первая производная равна нулю.

$$\frac{dS}{dt} = \frac{10t - 20}{2\sqrt{5t^2 - 20t + 25}}; \quad \frac{dS}{dt} = 0; \quad 10t - 20 = 0, \quad \text{откуда } t = 2. \quad \text{Чтобы узнать, какое экстремальное значение}$$

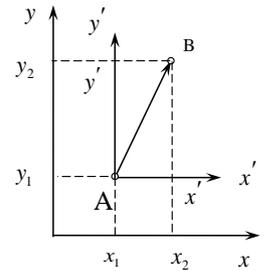
(минимальное или максимальное) будет иметь функция расстояния S при $t = 2c$, возьмём вторую

производную от выражения S. Получили $S'' = \left(\frac{10t - 20}{2\sqrt{5t^2 - 20t + 25}} \right)' > 0$. Значит при $t = 2c$ функция S

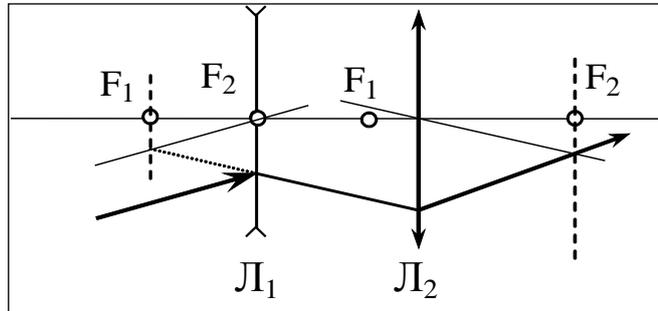
принимает минимальное значение, то есть наступает момент максимального сближения точек А и В. Подставим $t = 2c$ в выражение расстояния, найдём значение минимального расстояния

$$S = \sqrt{5t^2 - 20t + 25} = \sqrt{5 \cdot 2^2 - 20 \cdot 2 + 25} = \sqrt{5} \text{ м}.$$

Так как первая производная расстояния по времени – это скорость движения точки В относительно точки А, то в момент $t = 4c$ скорость равна нулю. При дальнейшем движении точки будут удаляться друг от друга.



ЗАДАЧА 2. (4 балла)



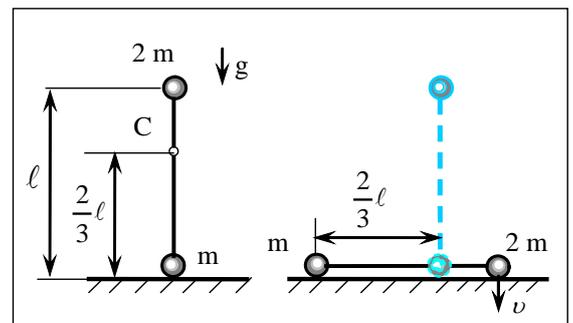
ЗАДАЧА 3. (5 баллов)

Ответ: $v = \sqrt{2gl}$, $\Delta r = \frac{2}{3} \ell$.

После того, как гантельку отпустили без начальной скорости, она начала падать. Так как трение отсутствует, то центр масс гантельки будет двигаться вниз по вертикали.

Скорость, с которой верхний шарик коснётся горизонтальной поверхности, равна $v = \sqrt{2gl}$.

Величина перемещения нижнего шарика к этому моменту времени равна $\Delta r = \frac{2}{3} \ell$.

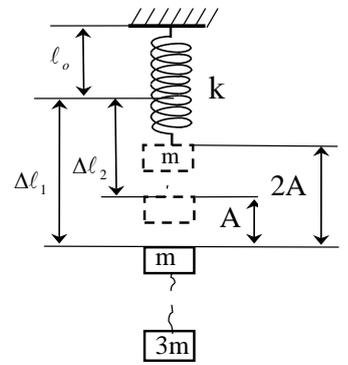


ЗАДАЧА 4. (5 баллов)

Ответ: $h = \frac{6mg}{k}$.

Масса верхнего груза равна m , а нижнего $3m$. Тогда начальная деформация пружины при двух грузах

$\Delta l_1 = \frac{(m + 3m)g}{k}$. После пережигания нити верхний груз массы m будет колебаться с амплитудой A относительно уровня статической деформации пружины от этого груза, равного $\Delta l_2 = \frac{mg}{k}$.



Амплитуда колебаний груза массы m : $A = \Delta l_1 - \Delta l_2 = \frac{3mg}{k}$.

Тогда максимальная высота, на которую поднимется груз массы m относительно первоначального положения, $h = 2A = \frac{6mg}{k}$.

ЗАДАЧА 5. (5 баллов)

Ответ: $T = \frac{(p_1 V_1 + p_2 V_2) \cdot T_1 T_2}{p_1 V_1 T_2 + p_2 V_2 T_1} = 400K$.

Так как баллон теплоизолирован, то внутренняя энергия газа остаётся постоянной..

$c_v (v_1 + v_2)T = c_v v_1 T_1 + c_v v_2 T_2$, где T – температура газа, которая установится в баллоне после

открытия клапана. Выразим из этого равенства $T = \frac{v_1 T_1 + v_2 T_2}{v_1 + v_2}$ (1),

Здесь v_1 и v_2 находим, используя уравнение состояния идеального газа $v_1 = \frac{p_1 V_1}{RT_1}$ и

$v_2 = \frac{p_2 V_2}{RT_2}$. Подставляя эти выражения в (1), получим $T = \frac{(p_1 V_1 + p_2 V_2) \cdot T_1 T_2}{p_1 V_1 T_2 + p_2 V_2 T_1}$.

Подставив числовые значения, найдём

$$T = \frac{(8 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}) \cdot 300 \cdot 600}{8 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} \cdot 600 + 4 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 300} = \frac{(8 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^2) \cdot 18 \cdot 10^4}{48 \cdot 10^4 + 24 \cdot 10^4} = \frac{288 \cdot 10^2}{72} = 400K.$$

ЗАДАЧА 6. (5 баллов)

Ответ: $A_{1-2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{v \cdot R \Delta T}{(1 - \eta)} = 9000 \text{ Дж}$.

Минимальная температура газа T_3 , максимальная T_1 ($T_1 = T_2$).

Теплота подводится на участке 1-2, и её количество Q_1 равно работе газа на изотерме A_{12} .

Тепло в цикле отводится только в изохорном процессе 2-3.

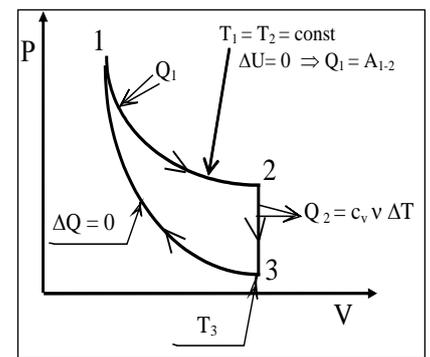
$$|Q_2| = \nu c_v \Delta T = \nu \frac{3}{2} R (T_2 - T_3) = \nu \frac{3}{2} R \Delta T > 0$$

КПД по определению равен

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \eta = 1 - \frac{\nu \frac{3}{2} R \Delta T}{A_{1-2}}, \text{ откуда } A_{1-2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\nu R \Delta T}{(1 - \eta)},$$

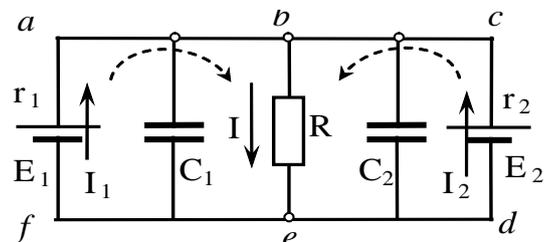
где $\nu = 1$, $\Delta T = 600$, $\eta = 0,17$. Тогда

$$A_{1-2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{8,31 \cdot 600}{(1 - 0,17)} = 9000 \text{ Дж}.$$



ЗАДАЧА 7. (5 баллов)

Ответ: $q = C_1 I R = 5,3 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$.



Обозначим токи, протекающие через источники E_1 и E_2 как I_1 и I_2 соответственно, а ток, протекающий через сопротивление, как I , выберем их направления и направления обхода контуров $abef$ и $bcde$. Запишем уравнения Кирхгофа:

- Для контура $abef$ (направление обхода по часовой стрелке): $I_1 r_1 + IR = E_1$.
- Для контура $bcde$ (направление обхода против часовой стрелки): $I_2 r_2 + IR = E_2$.
- Для узла b : $I_1 + I_2 - I = 0$.

Из этих уравнений найдём ток, протекающий через сопротивление, $I = \frac{r_1 E_2 + r_2 E_1}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)} \approx 0,53 \text{ A}$.

Величина заряда на конденсаторе C_1 : $q = C_1 IR = 1 \cdot 10^{-6} \cdot 0,53 \cdot 10 = 5,3 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$.

ЗАДАЧА 8. (5 баллов)

Ответ: $\lambda = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19} (4,5 + 7,92)} = 1,0 \cdot 10^{-7} \text{ м}$.

ЗАДАЧА 9. (6 баллов)

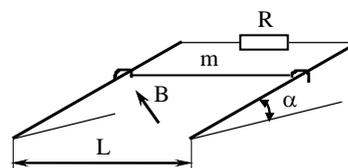
Ответ: $v = \frac{mgR \sin \alpha}{B^2 L^2}$.

При постоянной скорости перемещения перемычки, мощность силы тяжести, действующей на перемычку, равна электрической мощности, выделяющейся на сопротивлении R , то есть $F \cdot v = I^2 R$, или

$$mg \sin \alpha \cdot v = I^2 R \quad (1) \quad I = \frac{\varepsilon}{R} \quad (2), \text{ где } \varepsilon = vBL. \text{ Подставив } \varepsilon \text{ в (2), получим } I = \frac{vBL}{R} \quad (3).$$

Подставив (3) в (1), получим

$$mg v \sin \alpha = \frac{v^2 B^2 L^2}{R}. \quad (4) \quad \text{Из (4) найдем } v = \frac{mgR \sin \alpha}{B^2 L^2}.$$



ЗАДАЧА 10. (6 баллов)

Ответ: $v_{1\max} = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gR} = 0,7 \text{ м/с}$.

Максимальная скорость бруска будет в момент прохождения шайбой нижнего положения при ее движении назад относительно бруска.

Запишем закон сохранения импульса после «отрыва» бруска от стены:

$$m_2 \sqrt{2gR} = m_1 v_1 + m_2 v_2,$$

и закон сохранения энергии для момента прохождения шайбой нижнего положения:

$$m_2 gR = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}.$$

Решая систему уравнений, найдем

$$v_{1\max} = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gR}.$$

Подставляя числовые значения $m_1 = 3 \text{ кг}$ и $m_2 = 1 \text{ кг}$, $R = 0,1 \text{ м}$, получим

$$v_{1\max} = \frac{2 \cdot 1}{3 + 1} \sqrt{2g \cdot 0,1} \approx 0,7 \text{ м/с}.$$

